

Examen Coahuilense 2021

Nivel III - Prueba por Equipos

1. Diego quiere comer en un restaurante europeo. Ahí, sirven la comida en tres fases:
Fase 1: Puede ser sopa de letras, sopa de fideos, pasta o pan francés.
Fase 2: Puede ser albóndigas, hamburguesa, pescado o pizza.
Fase 3: Puede ser pay de queso, pastel de chocolate o churros.
A Diego no le gusta mezclar ciertos sabores, por lo que tiene ciertas condiciones para comer:
 - Si ya comió pasta, no quiere hamburguesa ni pescado.
 - Cuando come hamburguesa, siempre quiere comer pay de queso.
 - Si elige pan francés, siempre pedirá albóndigas o hamburguesa.
 - Nunca le ha gustado la sopa de fideos.

¿Cuántas veces tiene que ir al restaurant para probar todas las combinaciones que sí le gustan?

-
2. En la figura, el hexágono regular tiene longitud de lado 1, al igual que todos los cuadrados. Si el radio del círculo es r , determina el valor de r^2 .



-
3. A partir de dos enteros construimos una sucesión de números donde cada uno es la suma de los dos anteriores. Por ejemplo, si tenemos los números 4 y 13, el tercer número será 17, el cuarto 30, etc. ¿Cuáles pueden ser los dos primeros números para que el décimo tercer número de la sucesión sea 2021?

4. Los números reales a y b cumplen que

$$a^2 + 1 = b^2 - 2 = a \cdot b$$

Enlista todos los valores posibles de $a + b$.

-
5. En un triángulo rectángulo ABC en donde C es un ángulo recto, $AC = 4 \text{ cm}$, $AB = 8 \text{ cm}$, sea D un punto sobre el segmento CA por donde pasa la mediatriz de CA , E el punto de la intersección de la mediatriz con la paralela a AB que pasa por C y F el punto de intersección de la perpendicular de CE que pasa por E con la prologación de BC . ¿Cuál es la longitud del EF ?

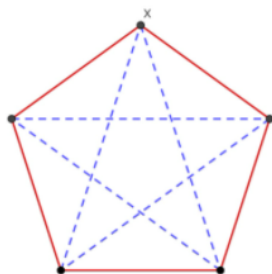
-
6. Morgan quiere repartir sus galletas en 20 torres con varias galletas cada una (dos torres pueden tener la misma cantidad de galletas) y acomodar las torres en forma de círculo. Una vez acomodadas, Morgan marca las torres de la siguiente forma: si la suma de la cantidad de galletas de las dos torres vecinas es igual a la cantidad de galletas en esa torre, la marca. Luego, Tony marca aquellas torres tal que el valor absoluto de la diferencia de la cantidad de galletas de las dos torres vecinas es igual a la cantidad de galletas en esa torre. Al final se van a poder comer todas las torres de galletas marcadas. ¿Cuál es el menor número de torres posibles que se pueden quedar sin comer?

-
7. Una hormiga camina sobre los lados y diagonales de un pentágono regular, empezando en el vértice superior. Primero camina solo sobre las aristas rojas; después de un tiempo, camina solo sobre las aristas azules. Decimos que la hormiga realiza un movimiento cuando se mueve de un vértice a otro; en cada uno de sus movimientos, recorre la arista por la que está pasando completamente.

El recorrido de la hormiga está sujeto a las siguientes condiciones:

- Realiza 100 movimientos en total
- Después de caminar sobre una arista azul no puede volver a caminar sobre una arista roja
- Debe caminar sobre (al menos) una arista roja y una arista azul

¿Cuántos recorridos diferentes puede realizar la hormiga?



8. ¿Cuántas parejas ordenadas de enteros positivos (a, b) cumplen las siguientes 3 condiciones?

- a y b son primos relativos
- $a + b^2$ divide a $a^3 + b^4$
- $a + b^2 \leq 2021$