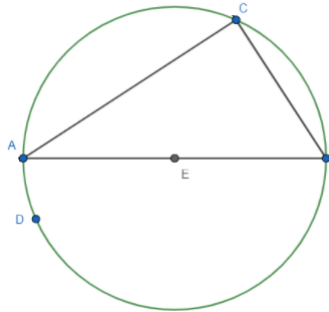


# Examen Coahuilense 2021

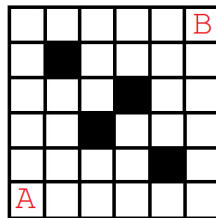
Nivel II

## PARTE A

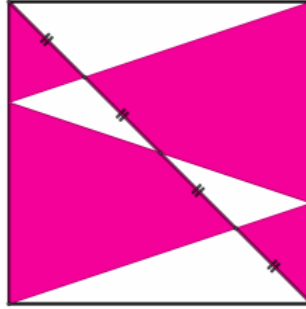
1. Sobre una circunferencia se trazan el diámetro  $AB$  y dos puntos  $C$  y  $D$  tales que  $\angle CAB = 35^\circ$  y el  $\angle AED = 10^\circ$ . Si  $E$  es el punto medio de  $AB$ , encuentra el valor del ángulo agudo formado por la intersección de las rectas  $AC$  y  $BD$ .



2. Determina la cantidad de enteros positivos de dos dígitos  $ab$  tales que los números de dos dígitos  $ab$  y  $ba$  son primos los dos.
3. ¿De cuántas maneras puedes ir del cuadro marcado con la letra  $A$  al cuadro marcado con la letra  $B$  moviéndote únicamente hacia la derecha y hacia arriba, sin pasar por los cuadros negros?



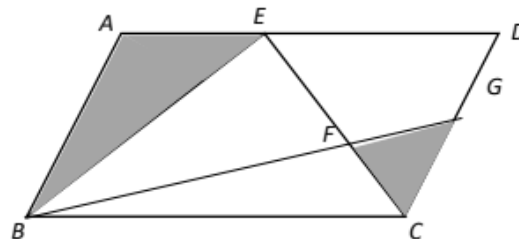
4. ¿Cuántos enteros positivos que sean cubos perfectos dividen a  $15!$ ? **Nota: Un cubo perfecto es aquel número que se obtiene al multiplicar 3 veces el mismo entero. Ejemplo, 64 es un cubo perfecto pues  $4 \times 4 \times 4 = 64$ .**
5. En la siguiente figura se tiene un cuadrado de lado 3. Si la diagonal se parte en cuatro segmentos de igual longitud, como se muestra, determina el valor del área sombreada.



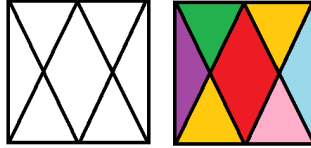
6. La hormiga Jorge se encuentra parada en el cuadro con el número 5. Cada cierto tiempo se mueve a un cuadro que comparta un lado con el cuadro en el que se encuentra, siempre y cuando no haya estado antes en el cuadro al que se mueve. Después de un rato decide acabar su recorrido en el cuadro con el número 5. Su amigo Luis lleva un registro de los cuadros en los que estuvo Jorge, y con ellos forma un número pegando los dígitos (por ejemplo, si Jorge siguiera el recorrido de la figura, Luis forma el número 56985). ¿Cuánto vale la suma de todos los posibles números que puede formar Luis? (**Nota:** el único cuadro en el que Jorge puede estar exactamente dos veces es el 5).

7	8	9
4	5	6
1	2	3

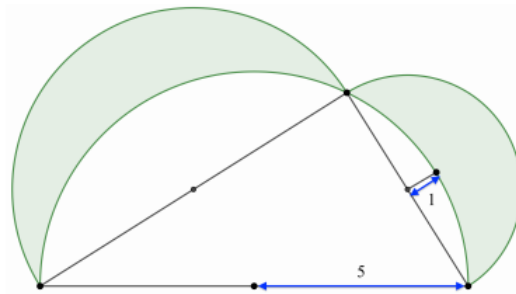
7. En el siguiente figura, se tiene un paralelogramo  $ABCD$  de área  $50 \text{ cm}^2$ .  $F$  es un punto sobre  $EC$  tal que  $2EF = 3FC$ , y  $G$  es la intersección de  $BF$  con  $CD$ . Si área del cuadrilátero  $EFGD$  es igual al área del triángulo  $BFC$ , calcular el valor del área de la parte sombreada en  $\text{cm}^2$



8. La siguiente figura muestra un mosaico, dividido en 7 regiones. Se tienen 6 colores para pintarlo, de manera que se usen todos los colores, y que dos regiones que compartan un lado deban ser pintadas de diferentes colores. ¿De cuántas maneras se puede pintar el mosaico? (**Nota:** la otra figura muestra una posible manera de colorear el mosaico)



9. El mínimo común múltiplo de 360 y 396 es 3960. El mínimo común múltiplo de 396 y un número  $X$  es 11088. ¿Cuánto vale el mínimo común múltiplo de 360 y el número  $X$ , si  $X$  no es múltiplo de 11?
10. ¿Cuántos números de cuatro cifras cumplen que al multiplicar el número formado por sus primeras dos cifras con el número formado por sus últimas dos cifras se obtiene un múltiplo de 385?
11. ¿Para cuántos enteros positivos  $n$  se cumple que  $n - 21$  divide a  $n + 8$ ?
12. En la siguiente figura se tienen tres semicírculos dibujados con base en un triángulo rectángulo. El más grande con diámetro 10, el semicírculo mediano con el cateto más grande como diámetro y el semicírculo pequeño con el cateto más pequeño como diámetro. Si en la figura se ha marcado una línea con longitud 1, tal que dicha línea va al punto medio del cateto menor, determine el valor del área sombreada.



---

## PARTE B

13. En una circunferencia,  $AB$  es diámetro y  $O$  el centro, se traza la tangente  $BC$  tal que  $2BC = AB$ ,  $D$  es el punto de intersección de  $AC$  con la circunferencia,  $E$  es el punto diametralmente opuesto a  $D$ ,  $F$  es punto de manera que  $EF$  es tangente y punto de intersección con  $AC$ . Determina la razón  $\frac{OA}{EF}$
14. Bernardo escoge 6 números diferentes  $a, b, c, d, e, f$  de la lista de enteros  $\{2, 3, 4, \dots, n\}$ , de forma que  $a \cdot b \cdot c = d \cdot e \cdot f$ . ¿Cuál es el menor valor de  $n$  que le permite a Bernardo realizar esto?
15. Los números reales  $a$  y  $b$  cumplen que

$$a^2 + 1 = b^2 - 2 = a \cdot b$$

Enlista todos los valores posibles de  $a + b$ .