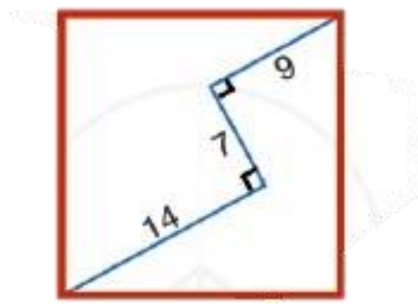
PARTE A

Problema 1. Un hombre se encuentra en una esquina cualquiera de una ciudad perfectamente cuadriculada, y empieza a caminar en un orden aleatorio. Cada vez que llega a una esquina, escoge al azar una de las direcciones norte, sur, este y oeste con igual probabilidad. Si camina cuatro cuadras, ¿cuál es la probabilidad de que termine su caminata en la misma esquina de donde partió?

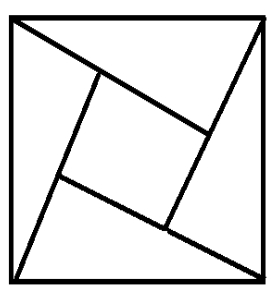
Problema 2. En la siguiente figura se tiene un cuadrado rojo de lado L. Si el número junto a las líneas de color azul representa su longitud, determine el valor de L.



Problema 3. Daniela tiene 2020 estudiantes, numerados del 1 al 2020, acomodados en círculo. Empezando por el número 1, le da un chocolate a cada uno, saltando de 7 en 7. Es decir, empieza con los estudiantes 1, 8, 15, 22, etcétera. ¿Qué número tiene el último estudiante en recibir su chocolate?

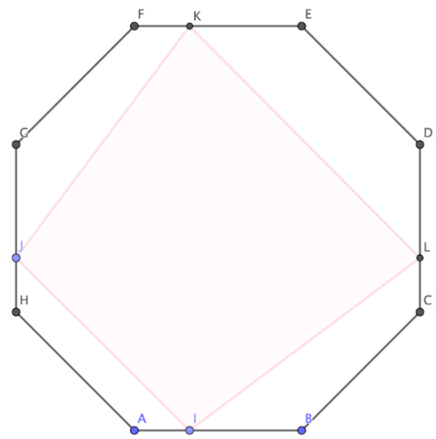
Problema 4. El entero positivo n y el primo p satisfacen la relación $(n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 = 27p$. Determina la razón n^2/p.

Problema 5. La siguiente figura muestra un cuadrado dividido en 5 regiones. Rogelio dispone de 5 colores para colorearla, de tal manera que cada región está pintada de un solo color, y dos regiones que comparten un lado no pueden ser pintadas del mismo color. ¿De cuántas formas diferentes se puede colorear? (2 maneras se consideran iguales si una se puede obtener girando la otra).



Problema 6. Sea ABCD un trapecio rectangular, AB || CD, si <ABC =<BCD = 90°, los segmentos AB = AD = 10cm, CD = 15cm, las bisectrices de <BAD y <CDA se intersecan en el punto E, ¿cuánto mide el segmento EA?

Problema 7. Sobre los lados AB, CD, EF, GH de un octágono regular ABCDEFGH se eligen puntos I, J, K, L, respectivamente, de manera que IK es perpendicular a JL. Si el área del octágono es 2020, calcula el área del cuadrilátero IJKL.



Problema 8. Lalo, Noé y Samuel quieren repartirse 1 pera, 2 melones, 6 granadas y 8 sandías. Si quieren que todos tengan al menos una granada y dos sandías, ¿De cuántas maneras pueden hacerlo?

Problema 9. ¿De cuántas maneras es posible cubrir de manera exacta un tablero de 2×5 con dominós de 1×2, triminós en forma de L o tetraminós de 2×2? Las piezas se pueden girar o reflejar.

Problema 10. ¿Cuántos números de 4 dígitos *abcd*, no necesariamente distintos los dígitos y con a diferente de 0, existen tales que el número ab2020cd sea un múltiplo de 2020?

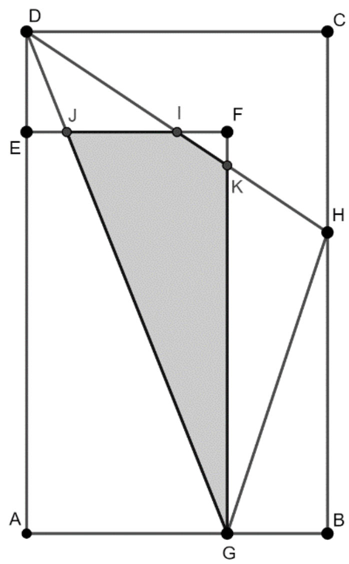
Problema 11. En un rectángulo ABCD, sean E y F los puntos medios de los lados CD y AD, respectivamente. Sabemos que la recta BE parte al ángulo <FBC a la mitad y <FBA = 60°. Calcule el ángulo <DFE.

Problema 12. ¿Cuál es el mayor entero menor a 100 que divide a $3^{2048} - 2^{2048}$?

PARTE B

Problema 13. ¿De cuántas maneras puedes colorear un tablero de 7x2 con 4 colores, de modo que dos casillas que compartan un lado no tengan el mismo color?

Problema 14. En un rectángulo ABCD de lados CD = 3 y AD = 5, sobre AB se encuentra el rectángulo AEFG de lados 2 y 4, sobre BC está el triángulo rectángulo CDH con un cateto de 2. ¿Cuál es el área empalmada entre el △DHG y el rectángulo AEFG?



Problema 15. Encuentre todas las ternas de enteros {a, b, n} que satisfacen la siguiente ecuación:

$$a^2 + b^2 = n*a*b$$