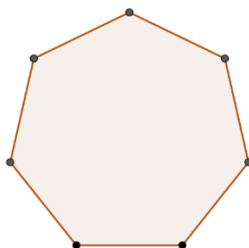


NIVEL I

1. ¿Cuántos triángulos isósceles tienen sus vértices sobre los vértices de un heptágono regular?



2. Leo leía un libro de 250 páginas. Un día estaba tan furioso que arrancó todas las páginas que fueran múltiplo de 5 o 6 (o de ambos). ¿Cuántas páginas le quedaron al libro? Nota: Una hoja contiene 2 páginas, empezando por la primera hoja, cuyas páginas son 1 y 2.

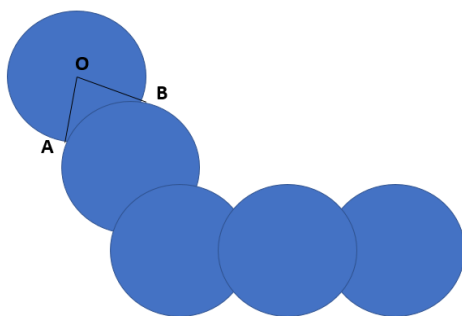
3 Sea ABCD un paralelogramo con área 54. Sea un punto sobre CD tal que $2DE = CE$ y F un punto sobre BD tal que $2BF = FD$. ¿Cuánto vale el área del triángulo BFE?

4. El conjunto $\{1, 2, 3, \dots, 2019, x\}$ contiene los números enteros del 1 al 2019 y un número desconocido x . Si calculamos el promedio de todos, obtenemos 2020. ¿Cuál es el valor de x ?

5. Llamamos *fecha* a la representación escrita de un día. La fecha es de la forma día / mes / año y se usan ya sea uno o dos dígitos para el día, el mes y el año (*no* se ponen ceros a la izquierda). Calcular, a lo largo de un siglo, cuántas fechas se escriben usando un solo dígito repetido varias veces.

6. Vanessa es paleontóloga y su objetivo es reunir los huesos del dinosaurio **Matemat-X**. Durante su investigación, el primer día encuentra 2 huesos de un fósil de este dinosaurio, y cada día halla 2 huesos más que los que encontró el día anterior. Si al empezar el día 37 se da cuenta que sólo le faltan 7 huesos para completar el fósil del dinosaurio, ¿Cuántos huesos tenía el **Matemat-X**?

7. El *pentavoide* es una figura muy extraña compuesta de 5 círculos de mismo radio cuya intersección entre 2 círculos es la misma. Si la medida del ángulo $\angle AOB = 75^\circ$ y O es el centro de la primera circunferencia cuyo radio es igual a 24, ¿Cuál sería el perímetro del *pentavoide*?

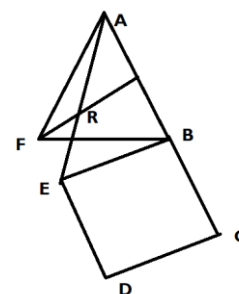


8. Juan olvidó el PIN de 4 dígitos de su celular. Se acuerda que empezaba en 1, que había un 3, que todos eran diferentes y que la suma de los cuatro dígitos era 17. Tarda 5 segundos en ingresar un código. Si hace 3 intentos equivocados, su celular quedará bloqueado 5 minutos. Juan hace una lista de todos los posibles números, de acuerdo con lo que recuerda. Luego empieza a tratar de desbloquearlo, ¿en cuántos segundos puede garantizar que logrará desbloquearlo?

9. En el ganado de Don Juan, $\frac{5}{6}$ de los toros se emparejaron con $\frac{4}{7}$ de las vacas, si una pareja consta de un toro y una vaca. ¿Cuál es la razón entre aquellos solitarios y los que se emparejaron?

10. Yareli tiene más de 50 pero menos de 100 cachorritos. Si los saca a pasear en grupos de 3, hay 1 que se queda sin paseo; si los saca a pasear en grupos de 4, hay 2 que se quedan sin paseo; si los saca a pasear en grupos de 5, hay 3 que se quedan sin paseo. ¿Cuántos cachorritos tiene Yareli?

11. Sea ABF un triángulo isósceles con $AB=AF$ y $\angle BAF=68^\circ$. Sea BCDE un cuadrado donde B es el punto medio de la recta AC. Sea R la intersección de la recta AE con la bisectriz de $\angle AFB$. Calcule el valor de $\angle FRE$.



Nota: La bisectriz es la recta que parte al ángulo en dos partes iguales, es decir $\angle AFR = \angle BFR$.

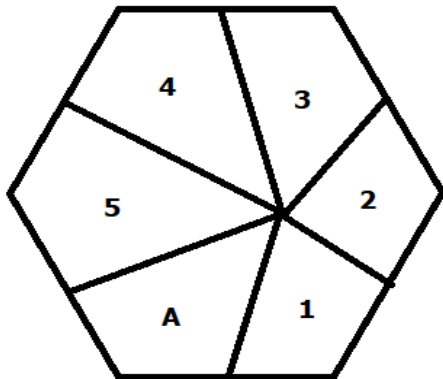
12. Calcula la cantidad de subconjuntos de $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ que contienen al menos un número primo.

Nota: los subconjuntos de $\{3, 4, 5\}$ son $\{3\}, \{4\}, \{5\}, \{3,4\}, \{3,5\}, \{4,5\}, \{3,4,5\}$.

13. En el número de ocho dígitos $2a2b2c2d$, las letras a, b, c, d se sustituyen por dígitos distintos de manera que el número resultante es múltiplo de 9. ¿Cuál es la diferencia entre el mayor valor posible y el menor valor posible que puede tomar?

14. La calle de Torreón tiene 13 casas numeradas del 1 al 13, todas sobre la misma banqueta. Isaac está parado frente a la casa número 7. Va a lanzar una moneda 6 veces: si sale águila, avanza a la siguiente casa; si sale sol, retrocede a la casa anterior. De los 64 caminos posibles, ¿en cuántos de ellos termina de nuevo frente a la casa número 7?

15. En la siguiente figura tenemos un hexágono regular donde se marcan sus puntos medios y se tiene el área de las regiones marcadas.



¿Cuál es el valor del área “A”?