

II Olimpiada Regional de Matemáticas del Noroeste

Octubre 2019



Problema 1. José y María juegan el siguiente juego: María escribe 2019 enteros positivos distintos en el pizarrón. José borra algunos de ellos (posiblemente ninguno, pero no todos) y escribe a la izquierda de cada uno de los números restantes un signo $+$ o un signo $-$. Después se calcula la suma escrita en el pizarrón. Si el resultado es múltiplo de 2019, José gana el juego; si no, gana María. Determina cuál de los dos tiene una estrategia ganadora.

Problema 2. Un grupo de 10 amigos asisten a un parque de diversiones. Cada uno visitó tres atracciones distintas para pasearse en ellas. Al salir del parque y platicar entre ellos descubrieron que cualesquier pareja de amigos visitaron por lo menos una atracción en común. Determinar cual podría ser el mínimo número de amigos que se pudieron pasear en la atracción más visitada.

Problema 3. Sobre una circunferencia ω de centro O y de radio r se eligen tres puntos distintos A , B y C . Sean ω_1 y ω_2 las circunferencias que pasan por A y que son tangentes a la recta BC en los puntos B y C , respectivamente.

- Muestre que el producto de las áreas de ω_1 y ω_2 es independiente de la elección de los puntos A , B y C .
- Determine el valor mínimo que puede tomar la suma de las áreas de ω_1 y ω_2 y para cuáles configuraciones de puntos A , B y C sobre ω se alcanza dicho valor mínimo.