

## Examen Segunda Etapa Estatal 2019

- *Tiempo límite: 4 horas.*
- *Escribe la respuesta que consideres correcta, solo una respuesta por problema.*
- *No puedes usar calculadora.*
- *Puedes preguntar por escrito las dudas que tengas sobre los enunciados de las preguntas del examen.*

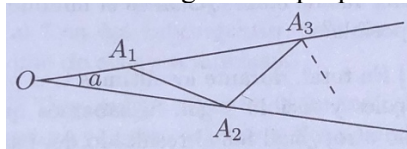
**Problema 1.** Juan tiene 10 amigos. ¿De cuántas formas diferentes puede invitar a algunos de sus amigos a su casa?

**Problema 2.** Si escribí todos los números enteros del 1 al 1000. ¿Cuántas veces apareció la cifra 5?

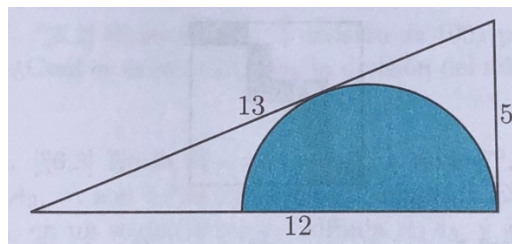
**Problema 3.** Si  $m$  y  $n$  son enteros positivos y  $m^n + m^{n+1} + m^{n+2} = 39$ . ¿Cuánto vale  $n^m$ ?

**Problema 4.** ¿Cuál es el último dígito de la suma:  
 $(1^2 + 1) + (2^2 + 2) + (3^2 + 3) + \dots + (2009^2 + 2009)$ ?

**Problema 5.** En la figura el ángulo  $a$  mide  $7^\circ$ , y los segmentos  $OA_1, A_1A_2, A_2A_3, \dots$  son todos de la misma longitud. En un primer paso se dibuja  $A_1A_2$ , en un segundo paso se dibuja  $A_2A_3$ , y así sucesivamente. ¿Cuál es el mayor número de segmentos que pueden dibujarse de esta manera?



**Problema 6.** La figura muestra un triángulo rectángulo de lados 5, 12 y 13. ¿Cuál es el radio del semicírculo inscrito?



**Problema 7.** Un niño siempre dice la verdad en jueves y en viernes, pero siempre dice mentiras en martes. Los demás días de la semana a veces dice mentiras y otras verdades. Durante 7 días consecutivos se le preguntó cuál era su nombre. Sus primeras 6 respuestas fueron, en orden: Mario, Beto, Mario, Beto, Pedro, Beto. ¿Cuál fue su respuesta el séptimo día?

**Problema 8.** Se escogen tres puntos al azar del esquema. ¿Cuál es la probabilidad de que sean colineales?