



Problema 1. Consideremos un triángulo en el que uno de sus catetos vale 10. Se trazan 5 segmentos paralelos a este cateto desde la hipotenusa al otro cateto, de modo que la distancia entre cada segmento sea la misma. Calcular la suma de las longitudes de los 5 segmentos paralelos.

Problema 2. Sean a, b, c tres enteros positivos tales que

$$2^a + 2^b = 2^c.$$

Demuestren que $a = b$.

Problema 3. En un triángulo rectángulo isósceles con hipotenusa de longitud igual a 2 cm, se ha inscrito un triángulo equilátero del cual uno de sus vértices está en el punto medio de la hipotenusa. Encuentra el área de este triángulo equilátero.

Problema 4. Se tienen 2018 fichas arregladas en una fila de la siguiente manera: una blanca, una amarilla, una roja, una blanca, una amarilla, una roja y así sucesivamente. Una jugada es el intercambio de posición de dos fichas adyacentes. ¿Cuál es el mínimo número de jugadas para reordenar las fichas de las siguientes maneras?

- Primero todas las blancas, luego todas las amarillas y al último todas las rojas.
- Primero todas las rojas, después todas las amarillas y al último todas las blancas.

Problema 5. En la preparatoria Bolita estudian únicamente muchachas, y en la preparatoria Cuadrato, estudian varones solamente. Cerca de las dos escuelas se encuentra la disco Polígono. Un buen día deciden ir todos los estudiantes a bailar. Las entradas cuestan n pesos para una muchacha, y m pesos para un muchacho (n y m son números enteros). En total, las entradas costaron 1 peso más que si los boletos de las muchachas hubieran costado m pesos y los de los muchachos n pesos. Cada muchacho baila con una muchacha, pero como había más muchachos que muchachas, ¿cuántos muchachos se quedaron sin pareja?

Problema 6. Sean $ABCD$ un cuadrilátero inscrito en una circunferencia y denotamos por P al punto de intersección de \overleftrightarrow{BD} y \overleftrightarrow{AC} . Si O es el circuncentro del triángulo APB , y H es el ortocentro del triángulo CPD , demuestra que O, P y H están alineados.

